

Matematika 3.L

Úkoly na 2 týdny od 4. 5. do 15. 5.

Zhodnocení úkolů z minula:

1) Přepadovka!!!

Průměrný čas 5:08, průměrná známka 2,22. Cílem přepadovky nebyly ani závody na rychlost ani známky, ale zjistit stav, jak to vypadá se znalostí krácení lomených výrazů. Samotné krácení by bylo dobré, horší to je s rozkladem výrazů na součin a kupodivu ještě horší s podmínkami platnosti lomeného výrazu. Na tom by někteří ještě měli **zapracovat**, ať je to příště lepší. (Ten rozklad na součin je opravdu důležitý a budeme se s ním setkávat často a mockrát.)

2) Rovnice s neznámou ve jmenovateli

Řešení dopadlo v poměru zhruba 2:1 ve prospěch správně vyřešených. Někde byla vidět pomoc zkušenějších počtářů (rodičů?), což ale nevádí, dokonce je to v situaci domácí výuky žádoucí. K úlohám: téměř vždy je výhodné u těchto typů rovnic se hned prvním krokem **zbavit zlomků** vynásobením společným jmenovatelem, např. v úloze c) vynásobit obě strany výrazem $6x$ za podmínky $x \neq 0$. U všech úloh musí být uvedeny podmínky platnosti. V úloze f) jste správně přišli na to, že rovnice nemá žádné řešení, naopak v úloze h) je nekonečně mnoho řešení – za x lze dosadit jakékoli číslo, avšak pozor – kromě čísla z podmínky! Občas se vyskytly formální chyby – třeba ve zkoušce se má počítat každá strana zvlášť (tam se zlomků nezbavíme) a teprve nakonec porovnat $L=P$. Všem, kteří měli nějakou chybu v úloze, doporučuji **opravit** si ji podle uvedeného vzorového řešení.

3) Pavučiny – další 2 úlohy

Tady byla situace 1:1, polovina měla vyřešeny všechny pavučiny, polovina neměla pavučinu 6e). Sem tam někdo měl navíc chybičku z nepozornosti. Možná se někteří divili, proč v úloze 5d) je řešení stejné jako v 5c), ale rozdíl byl v tom, že v d) se mohlo najít víc řešení. Že bude pavučina 6e) trochu jiná, jsem už naznačoval minule. Nejjednodušší bylo vyřešit ji pomocí rovnic – za jednu šipku dát x , za druhou y , v kolečkách doplnit výrazy sx a ya a sestavit dvě rovnice. Metoda zkusmo tentokrát moc nefungovala a řešit úlohu číselnou řadou sice šlo, ale vyžadovalo to hodně precizní úvahu. Metoda rovníc je v tomto případě úplně pohodová a pěkně vedoucí k výsledku. Proto se rovnice taky učíme – abychom měli super nástroj na řešení (stejně jako bagrista má super nástroj bagr, ovšem musí se naučit jej ovládat). Jinak doufám, že jste si všimli, že v pavučinách Q mají vodorovné číselné řady stálý přírůstek, říká se tomu *diference*, a horní a dolní řada jsou jen navzájem *posunuty* o hodnotu svislé šipky. Smyslem pavučin je hledat v nich vztahy – pozorováním čísel nebo nástrojem jako je algebraický výraz s proměnnými. Opět – ti, co neměli 6e), **podívejte** se na vzorové řešení a **zkuste** si pavučinu vyřešit znova.

Nové úkoly:

4) Poslední várka pavučin

Viz zadání na dalších stranách – úlohy 7 až 10. **Pošli** to, co se ti povede vyřešit. Když něco nepůjde ani **s použitím** různých nástrojů, nevadí, ale nezapomeň, že ne všechno, co se zdá obtížné na první pohled, takové skutečně je, a taky, že i v matematice záleží na odvaze.

5) Souhrnné procvičování

E-mailem posílám zadání na zopakování a procvičení různých úloh. Tvým úkolem je

- projdi **během 2 týdnů** všechny úlohy
- označ si čísla úloh, které zvládneš **bezpečně** sám/sama – kategorie A
- úlohy, které **zvládáš**, ale nejsi si jist/a výsledkem nebo postupem – kategorie B
- úlohy, které nezvládáš nebo u kterých **vůbec** nevíš, jak na ně – kategorie C
- **dopátrej** se řešení úloh – kdekoli
- pošli svůj **přehled kategorií** na an@glp.cz nejpozději **v pátek 15. 5.**

V pondělí 18. 5. budou na stránkách školy další úkoly.

Filip Andziol

Vzorová řešení z minula – případovka, pavučiny, rovnice

(A)

1) $\frac{4x^2-4}{x^2-1} = \frac{4(x^2-1)}{x^2-1} = \frac{4(x-1)(x+1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{4}{1} = 4$ $x \neq 1$
 $x \neq -1$

2) $\frac{a^2+2ab+b^2}{5a+5b} = \frac{(a+b)^2}{5(a+b)} = \frac{a+b}{5}$ $a \neq -b$

3:47

(B)

1) $\frac{y^2+y}{6y^3+6y^2} = \frac{y(y+1)}{6y^2(y+1)} = \frac{y}{6y^2} = \frac{1}{6y}$ $y \neq 0$
 $y \neq -1$

2) $\frac{4b^2-12b+9}{4b^2-9} = \frac{(2b-3)^2}{(2b-3)(2b+3)} = \frac{(2b-3)(2b-3)}{(2b-3)(2b+3)} = \frac{2b-3}{2b+3}$
 $2b \neq 3 \rightarrow b \neq \frac{3}{2}$
 $2b \neq -3 \rightarrow b \neq -\frac{3}{2}$

čas - 5 minut 27 sekund

5. a) $0 \rightarrow 7 \rightarrow 8 \rightarrow 9$
 $0 \rightarrow 1 \rightarrow 2$
 (Arithmetic progression with difference 1)

b) $0 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 5$
 $0 \rightarrow 3 \rightarrow 5$
 (Arithmetic progression with difference 2)

c) $0 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 8$
 $0 \rightarrow 4 \rightarrow 8$
 (Arithmetic progression with difference 2)

d) $0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 8$
 $0 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 8$
 $0 \rightarrow 3 \rightarrow 6 \rightarrow 8$
 (Arithmetic progressions with differences 1, 2, and 3)

6. a) $0 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow 8$
 $0 \rightarrow 11 \rightarrow 13 \rightarrow 15 \rightarrow 17 \rightarrow 19$
 (Arithmetic progressions with differences 2 and 2)

b) $0 \rightarrow 2.5 \rightarrow 5 \rightarrow 7.5 \rightarrow 10$
 $0 \rightarrow 10 \rightarrow 12.5 \rightarrow 15 \rightarrow 17.5 \rightarrow 20$
 (Arithmetic progressions with differences 2.5 and 2.5)

c) $0 \rightarrow 7 \rightarrow 14 \rightarrow 21 \rightarrow 28$
 $0 \rightarrow 9 \rightarrow 15 \rightarrow 22 \rightarrow 29$
 (Arithmetic progressions with differences 7 and 7)

d) $0 \rightarrow 6 \rightarrow 12 \rightarrow 18 \rightarrow 24$
 $0 \rightarrow 9 \rightarrow 15 \rightarrow 21 \rightarrow 27$
 (Arithmetic progressions with differences 6 and 6)

$y + 2x = 15$
 $4x + y = c$
 $4x = b$

$2x + 15 = c$
 $b + c = 51$
 $4x + 2x + 15 = 51$
 $6x = 59 - 15$
 $6x = 44$
 $x = 7\frac{1}{3}$

e) $0 \rightarrow 7\frac{1}{3} \rightarrow 14\frac{2}{3} \rightarrow 22$
 $0 \rightarrow 15 \rightarrow 22\frac{1}{3} \rightarrow 29\frac{2}{3}$
 (Arithmetic progressions with differences $7\frac{1}{3}$ and $7\frac{1}{3}$)

$2x + y = 15$
 $4x = b$
 $b + c = 59$
 $4x + 2x + 15 = 59$
 $6x = 59 - 15$
 $6x = 44$
 $x = 7\frac{1}{3}$

A-3. Řešte rovnice, proveďte zkoušku a určete, pro které hodnoty proměnné má rovnice smysl.

a) $\frac{3}{x} + \frac{1}{x} + \frac{2}{x} = 1 \quad | \cdot x \quad x \neq 0$

$$3 + 1 + 2 = x$$

$$\underline{x = 6}$$

zk. $L = \frac{3}{6} + \frac{1}{6} + \frac{2}{6} = \frac{6}{6} = 1$

$$P = 1$$

$$L = P$$

c) $\frac{3}{x} - \frac{4}{x} = \frac{1}{6} - \frac{2}{3x} \quad | \cdot 3x \quad x \neq 0$

$$9 - 12 = \frac{3x}{6} - 2$$

$$9 - 12 + 2 = \frac{3x}{6} \quad | \cdot 6$$

$$-6 = 3x \quad | : 3$$

$$-2 = x$$

$$x = -2$$

zk. $L = \frac{3}{-2} + \frac{4}{2} = \frac{1}{2}$

$$P = \frac{1}{6} + \frac{2}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$L = P$$

e) $\frac{x+1}{x-2} = 0 \quad | \cdot (x-2) \quad x \neq 2$

$$x + 1 = 0$$

$$x = -1$$

zk. $L = \frac{-1+1}{-1-2} = \frac{0}{-3} = 0$

$$P = 0$$

$$L = P$$

g) $\frac{x+6}{x-3} = 4 \quad | \cdot (x-3) \quad x \neq 3$

$$x + 6 = 4x - 12$$

$$12 + 6 = 4x - x$$

$$18 = 3x \quad | : 3$$

$$6 = x$$

$$x = 6$$

zk. $L = \frac{6+6}{6-3} = \frac{12}{3} = 4$

$$P = 4$$

$$L = P$$

b) $\frac{1}{y} + \frac{3}{4y} + \frac{9}{4} = 4 \quad | \cdot 4y \quad y \neq 0$

$$4 + 3 + 9y = 16y$$

$$7 = 7y \quad | : 7$$

$$1 = y$$

$$y = 1$$

zk. $L = \frac{1}{1} + \frac{3}{4} + \frac{9}{4} = \frac{4}{4} + \frac{3}{4} + \frac{9}{4} = \frac{16}{4} = 4$

$$P = 4$$

$$L = P$$

d) $\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} + \frac{1}{3x} = \frac{1}{6} \quad | \cdot 6x \quad x \neq 0$

$$6 + 3 + 2 = \frac{6x}{6}$$

$$11 = x$$

zk. $L = \frac{1}{11} + \frac{1}{22} + \frac{1}{33}$

$$L = \frac{6}{66} + \frac{3}{66} + \frac{2}{66} = \frac{11}{66} = \frac{1}{6}$$

$$P = \frac{1}{6}$$

$$L = P$$

f) $\frac{x+3}{x-2} = 1 \quad | \cdot (x-2) \quad x \neq 2$

$$x + 3 = x - 2$$

$$0 = -5$$

ROVNICE NEMÁ ŘEŠENÍ

h) $\frac{6x-9}{2x-3} = 3 \quad | \cdot (2x-3) \quad x \neq \frac{3}{2}$

$$6x - 9 = 6x - 9$$

$$6x - 6x = -9 + 9$$

$$0 = 0$$

zk. $x = 2$
 $L = \frac{12-9}{4-3} = 3$

$$P = 3$$

$$L = P$$

$$\left. \begin{array}{l} x = 5 \\ L = \frac{30-9}{10-3} = \frac{21}{7} = 3 \\ P = 3 \\ L = P \end{array} \right\} \text{KROMĚ } \frac{3}{2}$$

ROVNICE MÁ
NEKONEČNĚ
MNOHO ŘEŠENÍ

Zadání posledních pavučin

7

V pavučině P_8 zjistěte součet čtyř čísel dolní řady i součet čtyř čísel horní řady, jestliže její největší číslo je

a) 7 b) 14 c) 1 d) 4,2 e) p

8

Největší číslo pavučiny P_n je $n-1$. Zjistěte součet všech čísel dolní řady i součet všech čísel horní řady.

9

Všechna čísla pavučiny P_n jsou celá a největší číslo pavučiny je

a) 6 b) 60

Zjistěte, jakých hodnot může nabývat číslo n .

10

Pavučina Q_7 je částí pavučiny Q_9 . Součet všech 14 čísel pavučiny Q_7 je 126 a součet všech 16 čísel pavučiny Q_9 je 207. Najděte pavučinu Q_9 .